ТИПОВЫЕ
тестовые задания по математике
(предметная олимпиада)

1 **Найдите сумму цифр всех натуральных чисел, которые равны утроенной сумме своих цифр.**

Ответ:

2 **Найдите значение выражения при $x = 11$:**

$$x^{17} - 12x^{16} + 12x^{15} - 12x^{14} + \cdots - 12x^2 + 12x - 1.$$

Ответ:

3 **Прямоугольник разбит прямыми на 25 прямоугольников, площади некоторых из них указаны на рисунке. Найдите площади прямоугольников, отмеченных символами X и Y. В ответе запишите НОД(X, Y) +НОК(X, Y).**

12	*X*			20
	14	16		
	28			
15			35	
		24	Y	15

Ответ:

4 **Найдите наибольшую несократимую дробь**

$$\frac{a}{b}, \text{ при делении дробей } \frac{28}{105}, \frac{72}{189}, \frac{48}{140}$$

на эту дробь частные будут целые числа. В ответе напишите значение $a + b$.

Ответ:

5 **При преобразовании выражения**

$$(\sin\alpha + cosec\,\alpha)^2 + (\cos\alpha + sec\,\alpha)^2 - (tg^2\alpha + ctg^2\alpha)$$

получается число. Найдите это число.

Ответ:

6 **Найдите сумму всех несократимых дробей со знаменателем 3, находящихся между числами 50 и 100.**

Ответ:

7 **Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 30 три числа так, чтобы их сумма была чётной?**

Ответ:

8 **В результате опроса учащихся школы выяснилось, что 64% всех учащихся знают год рождения Омара Хайяма, $\frac{7}{18}$ всех учащихся умеют доказывать теорему Пифагора, $\frac{19}{30}$ всех учащихся любят ходить в кино, 962 учащихся читали книгу «Таджики». Найдите минимально возможное количество учащихся в этой школе.**

Ответ: ☐☐☐☐

9 **Известно, что для некоторой тройки чисел x, y, z $(x \neq y)$ выражения**

$$log_{(x^5y^2z)}\left(\frac{\sqrt[3]{x^2y}}{z}\right) \text{ и } log_{(x^2y^5z)}\left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right)$$

равны одному и тому же числу a. Найдите значение выражения $\frac{5-a}{a}$.

Ответ: ☐☐☐☐

10 **Площадь сечения правильного тетраэдра, которое имеет форму квадрата, равна $48\sqrt{3}$ см^2. Найдите площадь поверхности тетраэдра.**

Ответ: ☐☐☐☐

1 **Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} 5x\left(1+\dfrac{1}{x^2+y^2}\right)=12, \\ 5y\left(1-\dfrac{1}{x^2+y^2}\right)=4. \end{cases}$$

! Максимальное возможное количество очков – 10.

2 **Докажите, что $\sin\alpha=\sin\beta=\sin\gamma=2\sin 18°$, если $\cos\alpha=tg\,\beta$, $\cos\beta=tg\,\gamma$, $\cos\gamma=tg\,\alpha$, где α, β, γ – углы первой четверти.**

! Максимальное возможное количество очков – 10.

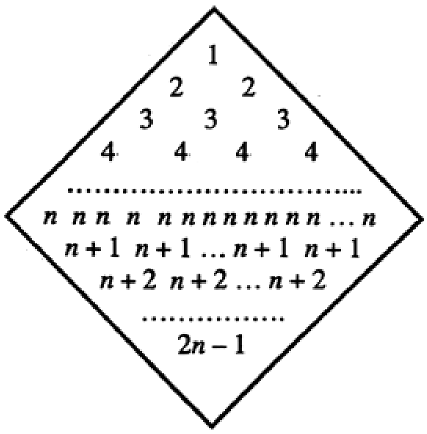
3 **В многочлене $ax^4+bx^3+4x^2+dx+l$ коэффициенты a, b и 4 образуют геометрическую прогрессию, а 4, a и b – арифметическую. Многочлен делится на x^2+x+1 безостатка. Найдите частное от этого деления..**

! Максимальное возможное количество очков – 10.

4 **Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O, длина диагонали BD равна 12 см. Расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников AOD и COD, равно 16 см. Радиус окружности, описанной около треугольника AOB, равен 5 см. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.**

! Максимальное возможное количество очков – 10.

5 **Следующим образом строится числовой ромб: в первой строке – одна единица, во второй – две двойки, в третьей – три тройки и так далее, до n - й строки. Затем количество чисел в каждой следующей строке уменьшается на единицу, пока в последней строке не останется одно число, равное $2n-1$ (см. рис.). Найдите сумму всех чисел такого ромба.**



! Максимальное возможное количество очков – 10.

6 **Анвару нравятся все числа, которые не делятся на 3, а Лоле – все числа, в которых нет цифр, делящихся на 3. Сколько четырёхзначных чисел нравится и Анвару и Лоле?**

! Максимальное возможное количество очков – 10.